Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

XLII Egzamin dla Aktuariuszy z 14 maja 2007 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: ....

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 14 maja 2007 r.

1. Z rocznych tablic śmiertelności dane jest $q_x = 0{,}1$. Rozważ prawdopodobieństwo ${}_{t-0,25}q_{x+0,25}$, gdzie $0{,}25 < t < 1$, i podaj wartość t, dla której hipoteza *UDD* daje wartość tego prawdopodobieństwa o 2% wyższą niż hipoteza Balducciego. Wskaż najbliższą wartość t.

(A) 0,885 (B) 0,900 (C) 0,915 (D) 0,930

(E) 0,945

2. Dożywotnie ubezpieczenie rentowe dla (x) wypłaca 10 000 zł na koniec każdego roku ubezpieczenia oraz w momencie śmierci tę część świadczenia rocznego, która jest proporcjonalna do czasu przeżytego od ostatniej wypłaty.

Podaj jednorazową składkę netto dla tego ubezpieczenia. Przyjmij hipotezę *UDD* i nie stosuj innych przybliżeń. Dane są:

i=10% $\qquad M_x = 1020 \qquad D_x = 4352$

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 75 430 (B) 75 450 (C) 75 470 (D) 75 490
(E) 75 510

3. Rozpatrujemy ciągły model bezterminowego ubezpieczenia na życie dla osób x=60 z populacji de Moivre'a z parametrem $\omega = 100$. Ubezpieczenie wypłaca kwotę $(\omega - \overset{o}{e}_{x+t}) \cdot 1000$, jeśli śmierć nastąpiła w wieku ($x+t$). Podaj jednorazową składkę netto dla $\delta = 0{,}05$.

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 37 080 (B) 37 320 (C) 37 560 (D) 37 800
(E) 38 040

4. Rozważamy ciągły model dożywotniego ubezpieczenia rentowego dla populacji z wykładniczym rozkładem czasu trwania życia. Populację tę tworzą dwa typy osób z $\mu_1 = 0{,}02$ oraz $\mu_2 = 0{,}03$, a ubezpieczyciel nie wie, jaki będzie skład grupy, która przystąpi do ubezpieczenia. Ubezpieczyciel musi stosować tę samą składkę ubezpieczeniową dla wszystkich osób z tej populacji.

Ubezpieczyciel skalkulował stawkę rentową (roczna intensywność wypłaty na 1000 zł jednorazowej składki netto) przy założeniu, że osobników z μ_1 jest 70%, ale zastrzegł sobie po 5 latach aktuarialnie ekwiwalentną korektę tej stawki, dającą zerową oczekiwaną stratę dla całej grupy ubezpieczonych, od początku ubezpieczenia.

Wyznacz rzeczywisty udział osobników z parametrem μ_1 w ubezpieczonej grupie, jeśli po 5 latach stawka rentowa wzrosła o 7,5%, a oprocentowanie techniczne wynosi $\delta = 0{,}02$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 37,2% (B) 39,8% (C) 42,9% (D) 45,2%

(E) 47,8%

5. Rozważamy ciągły typ bezterminowego ubezpieczenia na życie dla populacji de Moivre'a z parametrem $\omega = 90$ lat oraz oprocentowaniem technicznym $\delta = 0{,}04$.
Podaj prawdopodobieństwo, że jednorazowa składka netto w ubezpieczeniu wystawionym na życie (55) przyniesie zysk techniczny (pokryje koszt świadczenia śmiertelnego). Przyjmij, że przyjęte parametry aktuarialne są prawidłowe.
Wskaż najbliższą wartość.

(A) 0,4622 (B) 0,4838 (C) 0,5216 (D) 0,5408
(E) 0,5574

6. Rozpatrujemy dyskretny typ bezterminowego ubezpieczenia na życie (30) z sumą ubezpieczenia 1000 oraz składką płatną do 65 roku życia. Przez pierwsze 10 lat płacona jest składka netto P_{30}, a przez pozostałe lata odpowiednio wyższa składka zgodna z zasadą równoważności.

Wyznacz rezerwę na koniec 10 roku ubezpieczenia. Dane są:

$D_{30} = 55\,308$ $\quad M_{30} = 3\,000$ $\quad N_{30} = 575\,377$

$D_{40} = 20\,755$ $\quad M_{40} = 2\,157$ $\quad N_{40} = 204\,585$

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 45,00 (B) 52,50 (C) 60,00 (D) 67,50
(E) 75,00

7. Rozpatrujemy dyskretny typ n-letniego ubezpieczenia na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 1000 zł i składką płatną przez n lat ubezpieczenia.

Po k latach ubezpieczenia ubezpieczony zaprzestał płacenia składek i może wybrać jeden z dwóch, aktuarialnie równoważnych, sposobów konwersji swej polisy:

- bezterminowe ubezpieczenie na życie z sumą ubezpieczenia 1650 zł,
- terminowe, (n-k)-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie ze świadczeniem śmiertelnym 1000 zł oraz sumą ubezpieczenia za dożycie S zł.

Wyznacz sumę ubezpieczenia za dożycie S. Dane są:

$$\frac{A_{x+k:\overline{n-k|}}}{A_{x+k}} = 1{,}675 \qquad \frac{A^{1}_{x+k:\overline{n-k|}}}{{}_{n-k}E_{x+k}} = 0{,}415 .$$

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 660 (B) 780 (C) 860 (D) 940
(E) 980

8. Rozpatrujemy ciągły model bezterminowego ubezpieczenia na życie (x) oraz (y) z populacji, w której $\mu_x = \mu_y = 0{,}03$. Ubezpieczenie wypłaca 1000 po śmierci drugiej osoby, lecz wypłata nie może nastąpić wcześniej, niż po 10 latach od zawarcia ubezpieczenia (tzn. wcześniejsza śmierć wywołuje odroczenie wypłaty). Wyznacz jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie, jeśli $\delta = 0{,}05$. Wskaż najbliższą wartość.

(A)	172	(B)	190	(C)	208	(D)	226
(E)	244						

9. Rozpatrujemy dyskretny typ ubezpieczenia rentowego dla trzech osób (x), (y) oraz (z) z płatnościami na początku roku. Ubezpieczenie wypłaca 1000, gdy wszyscy żyją, oraz spada do połowy dotychczasowej wypłaty po pierwszej oraz po drugiej śmierci.

Wyznacz jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie. Dane są:

$\ddot{a}_x + \ddot{a}_y + \ddot{a}_z = 45{,}06$ $\quad \ddot{a}_{x:y} = 8{,}64$ $\quad \ddot{a}_{x:z} = 9{,}36$ $\quad \ddot{a}_{y:z} = 14{,}52$

$\ddot{a}_{x:y:z} = 8{,}52$

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 13 400 (B) 13 550 (C) 13 700 (D) 13 850
(E) 14 000

10. Dany jest plan emerytalny, wypłacający miesięczną emeryturę w wysokości 2,5% wynagrodzenia z ostatniego miesiąca pracy za każdy skończony rok stażu. Rozpatrzmy 50-letniego uczestnika z 25-letnim stażem, który, jeśli przejdzie na emeryturę, to będzie miał 60.5 lat oraz będzie zarabiał 3000 zł miesięcznie. Dane są:

$${}_t p_{50}^{(\tau)} = \frac{\omega - 50 - t}{\omega - 50} \qquad \text{gdzie } \omega \in N$$

$$\ddot{a}_{50+t}^{(12)} = 20 - \frac{t}{3} \qquad v=0.95$$

Wyznacz obecną wartość emerytury tego uczestnika, jeśli wiadomo, że za rok wartość ta będzie o 7,5% wyższa.
Wskaż najbliższą wartość.

(A) 234 000 (B) 235 000 (C) 236 000 (D) 237 000
(E) 238 000

XLII Egzamin dla Aktuariuszy z 14 maja 2007 r.

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Arkusz odpowiedzi*

~~Imię i nazwisko~~ : KLUCZ ODPOWIEDZI

~~Pesel~~.

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja •
1	**E**	
2	**A**	
3	**C**	
4	**C**	
5	**E**	
6	**B**	
7	**E**	
8	**B**	
9	**A**	
10	**D**	

· Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.
· Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.